Centre de Génie Civil
M1 Génie Civil
1ère session 2015-2016
14 Décembre 2015

Examen d'instabilité

Problème 1 : Flambement d'un poteau supportant une console courte par la méthode d'intégration de la déformée

Le portique ci-dessous supporte un pont roulant qui génère les actions notées N appliquées à l'extrémité de consoles courtes de longueur e. On s'intéresse au risque de flambement du poteau ABD d'inertie I et de module d'Young E, sous l'action de l'effort N appliqué au point C.

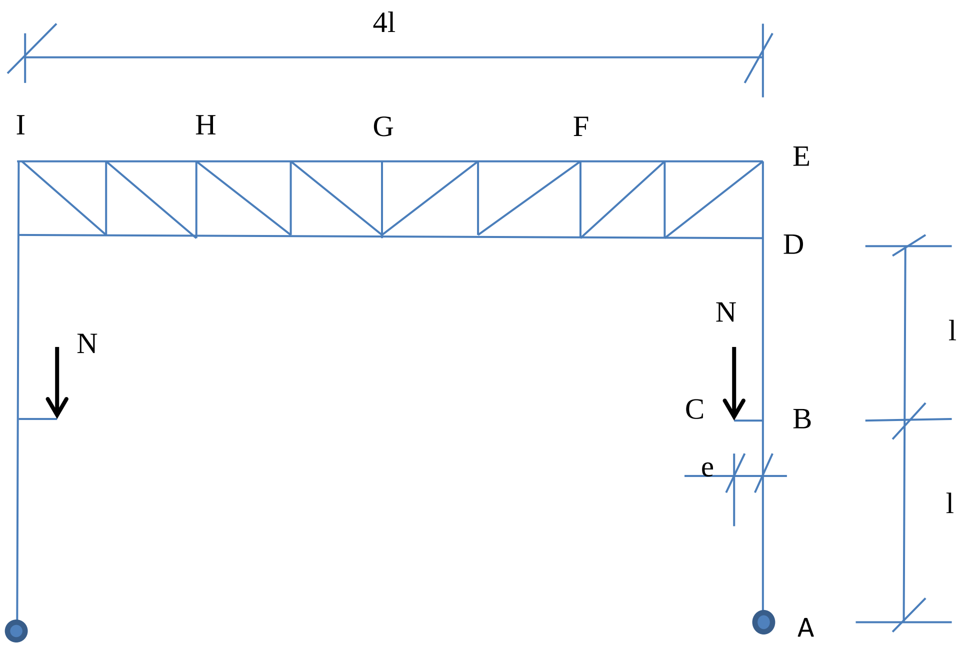

Figure 1 : Vue générale du portique supportant le pont roulant

La traverse EFGHI est une poutre treillis de grande hauteur, suffisamment rigide pour empêcher la rotation du nœud D. Le schéma de principe du poteau ABD est par conséquent le suivant :

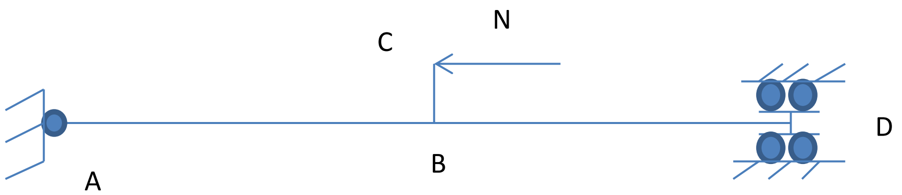

Figure 2 : Schéma de principe du poteau étudié

La liaison A est une rotule, la liaison D est un encastrement pouvant glisser axialement.

1- Déterminer le degré d'hyperstaticité du poteau présenté sur la figure 2.
2- Dessiner la déformée de flambement du poteau, on notera δ le déplacement du point B dans la direction perpendiculaire au poteau.
3- On se propose de calculer les réactions d'appui du poteau en configuration déformée. Expliquer pourquoi l'une des réactions ne peut pas être déterminée par les équations de la statique. Parmi les différentes inconnues de liaison, notées (HA, VA, VD, MD) on choisit de conserver VD comme indéterminée. Exprimer en fonction de N, e et δ et VD les réactions HA, VA et MD.
4- Donner l'expression du moment M(x) en supposant x=0 en A. En déduire les équations différentielles de la déformée.
5- Intégrer les équations différentielles de la déformée (v(x)) en faisant apparaître les inconnues d'intégration. Expliquer pourquoi l'équation de la déformée se présente en deux parties, l'une contenant des fonctions trigonométriques et l'autre seulement un polynôme.
6- Ecrivez les différentes conditions aux limites permettant de déterminer les constantes d'intégration de la déformée et l'inconnue de liaison VD.
7- Etablir le système matriciel permettant de résoudre le problème. Il n'est pas demandé de résoudre ce système ni même d'en calculer le déterminant.

Problème 2 : Résolution du problème de flambement par la méthode énergétique

8- Devant la complexité du système matriciel établi à la question 7, on se propose de déterminer une solution approchée par la méthode de Rayleigh Ritz. On souhaite pour cela utiliser une approximation polynomiale de la forme $v(x)=ax^3+bx^2+cx+d$. Déterminer les constantes a, b, c, d, en fonction de δ pour que cette déformée soit cinématiquement admissible.
9- Montrer que v(x) peut alors se mettre sous la forme d'une fonction $v= \delta f(\alpha)$ où f est une fonction polynomiale de degré 3 relativement simple, avec $\alpha=x/l$.
10- Calculer l'énergie interne due à la déformée de flambement
11- Calculer le déplacement axial du point B due à la déformée de flambement
12- Déduire des deux questions précédentes la charge critique de flambement, en déduire la longueur de flambement du poteau ; comparer la avec celle d'un poteau similaire chargé axialement uniquement au point D.

Problème 3 : déversement de la poutre treillis

13- La poutre treillis EFGHI est susceptible de déverser sous l'action de la neige appliquée sur la toiture. On se propose de calculer le moment critique de déversement de cette poutre. La membrure supérieure de cette poutre est maintenue latéralement par les pannes de toiture à chaque nœud du treillis. Dessiner la déformée de déversement respectant ces conditions cinématiques. Expliquer pourquoi la détermination du moment de déversement peut se ramener à celui du flambement de la membrure supérieure.

14- La membrure supérieure est faite avec des tubes creux de diamètre D et d'épaisseur t. Donner l'expression de l'inertie de l'un de ces tubes, en déduire sa charge de flambement.

15- La distance entre la membrure inférieure et la membrure supérieure est notée h, en déduire la moment critique de déversement de la poutre treillis.

***