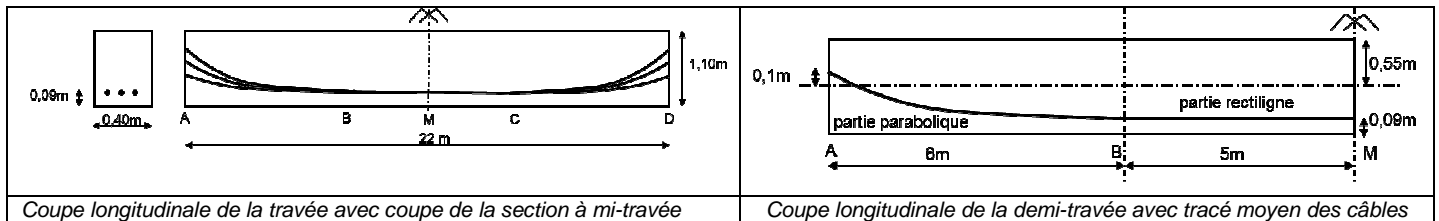


Durée : 2h – sans documents

On étudie une poutre de section rectangulaire isostatique qui supporte le platelage d'une passerelle située en bord de mer. La charge permanente reprise par cette poutre, hors poids propre, est de 7 kN/ml. On ne considèrera pas de pondération de type charge de superstructure. Les charges d'exploitation sont de 6 kN/ml. Les coefficients de combinaisons d'action sont  $\psi_1=0,4$  et  $\psi_2=0$ . Cette poutre est précontrainte par post-tension par l'intermédiaire de 3 câbles 7T13S, de limite d'élasticité 166 kN et de limite de rupture 186 kN par toron, et de section unitaire de toron de  $100 \text{ mm}^2$ . Les gaines sont de type feuillard de 60 mm de diamètre, injectées d'un coulis de ciment. Le béton est un C40/48 et le ciment est un 42,5N. Après 14 jours de durcissement du béton, la mise en précontrainte est réalisée à partir d'une seule section d'about et les câbles sont tendus successivement. A cette échéance, aucune autre charge que le poids propre de la poutre ne s'applique. Le tracé moyen des câbles est parabolique jusqu'à 6 m de l'appui puis rectiligne, tel que représenté sur la coupe longitudinale. Les figures ci-dessous présentent le tracé des câbles le long de la poutre et le tracé du câble moyen sur la demi-travée.



**Objectif de l'étude :** évaluer les pertes de précontrainte instantanées et celle de retrait et faire les vérifications par rapport aux contraintes admissibles du béton aux ELS pour les différentes phases.

- Déterminer les caractéristiques géométriques de la section brute et les caractéristiques mécaniques nécessaires aux différents calculs de l'étude.
- Déterminer les sollicitations maximales et leurs combinaisons d'actions aux Etats Limites de Service en phase exploitation en combinaison Caractéristique et Fréquente et en phase Construction.
- Déterminer les pertes instantanées à mi-travée, en M :
  - Perte par frottements. On prendra  $\mu = 0,19$  et  $k = 0,01$ . Vous indiquerez également les valeurs des pertes par frottement aux points caractéristiques B, C et D et ferez le tracé le long de la poutre.
  - Perte par recul d'ancrage, les clavettes rentrant de 5 mm. Pour situer le point X au-delà duquel les pertes par recul d'ancrage ne sont pas plus ressentir, vous pourrez vous appuyer sur les calculs des aires des zones situées entre courbes après pertes par frottement et courbe après cumul des pertes par frottement et pertes par recul d'ancrage, pour les points B, C et D et les comparer avec la valeur  $g.E_p$ .
  - Perte par déformation élastique du béton.
- Calcul des pertes instantanées cumulées et détermination de la tension initiale à mi-portée  $P_{m0}(l/2)$ .
- Pertes différées : calcul de la déformation de retrait total qui induit une perte de précontrainte, sachant que l'hygrométrie ambiante est de 60% et que les poutres sont décoffrées au bout de 1 jour. En déduire la perte de contrainte dans les aciers de précontrainte due au retrait.
- Réaliser les vérifications aux ELS en phase construction et en phase d'exploitation aux ELS en combinaison Caractéristique et Fréquente. Vous considèrerez que les pertes différées sont de l'ordre de 15%. Vérifier que les contraintes admissibles sont respectées.

### Formulaire

#### Actions Permanentes

- Poids propre « G »

- Précontrainte «  $P_{0,max}$  » est la valeur au vérin à la mise en tension, «  $P_k$  » est la valeur caractéristique tenant compte des pertes, Pour les justifications aux ELS, on prendra suivant le cas le plus défavorable  $P_{k,sup}=\gamma_{sup}.P_m(t)$  ou  $P_{k,inf}=\gamma_{inf}.P_m(t)$  avec valeur probable moyenne  $P_m(t)=P_0+\Delta P(t)$ .

	Pré-tension - Précontrainte non adhérente	Post-tension -Précontrainte adhérente
$\gamma_{sup}$	1.05	1.1
$\gamma_{inf}$	0.95	0.9

#### Combinaisons ELS

Caractéristique	(6.14)	$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{0,i} Q_{k,i}$
Fréquente	(6.15)	$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$

#### Limitations des contraintes dans le béton

Contraintes de compression limitées (sauf justification particulière) à  $k_1 f_{ck}$  dans les parties exposées à des environnements de classe d'exposition XD, XF, XS et XC. En combinaison caractéristique  $k_1=0,6$ . Pour pouvoir considérer le fluage comme linéaire, il convient de limiter la compression en combinaison quasi-permanente à  $k_2 f_{ck}$  avec  $k_2=0,45$ .

Maîtrise de la fissuration : limitation de l'ouverture fissures sous effets structuraux ( $w_{max}$ )

Classe d'exposition	BA et BP à armatures non-adhérentes	BP à armatures adhérentes
	Combi. Quasi-permanente	Combi. fréquente
X0, XC1	0,4mm (1)	0,2mm
XC2, XC3, XC4	0,3mm	0,2mm (2)
XD1, XD2, XS1, XS2, XS3		Décompression
(1) C'est uniquement pour une question d'aspect		
(2) Il faut aussi vérifier la décompression en combi. Quasi. permanente		

Résistance en compression :  $f_{ck}(t) = f_{cm}(t) - 8\text{MPa}$ . avec

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) * f_{cm} = \exp\left\{s \left[1 - \left(\frac{28}{t/t_1}\right)^{1/2}\right]\right\} * f_{cm}$$

s dépend de la nature du ciment :  
 s=0,20 pour les ciments HR et à prise rapide (R) (CEM 42,5R, CEM 52,5)  
 s=0,25 pour les ciments normaux à prise rapide (N) (CEM 32,5R, CEM 42,5)  
 s=0,38 pour les ciments à prise lente (S) (CEM 32,5)

$f_{cm}$  est la résistance moyenne à 28 jours  
 t est l'âge du béton en jours  
 $t_1 = 1$  jour

Module d'élasticité : Le module d'élasticité à 28 jours,  $E_{cm}$ , est calculé, en MPa, par :

$$E_{cm} = 22000 * \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0.3}$$

$$E_{cm}(t) = \left(\frac{f_{cm}(t)}{f_{cm}}\right)^{0.3} * E_{cm}$$

L'Eurocode 2 propose une formule pour estimer le développement du module  $E_{cm}(t)$  :

### Pertes instantanées

Frottements :  $\Delta\sigma_{p\mu}(x) = \sigma_{pmax} \left[1 - e^{-\mu \cdot (\theta + k \cdot x)}\right]$

- x est la distance de la section considérée à celle des sorties des organes de mise en tension ;
- $\theta$  la déviation angulaire totale du câble sur la distance x ;
- $\mu$  le coefficient de frottement en courbe ( $rd^{-1}$ ) ;
- k est la déviation angulaire parasite en  $rd.m^{-1}$ .

### Recul d'ancrage :

Pour déterminer le point d'arrêt du recul d'ancrage au-delà duquel les effets du recul ne sont pas plus ressentir :  
 $g \cdot E_p = \text{Aire entre la courbe après pertes par frottement et celle après pertes par frottement + par recul d'ancrage}$ .  
 g est la valeur de rentrée de clavette.  
 $E_p$  module d'élasticité des torons 195 GPa.

Déformation élastique du béton :  $\Delta\sigma_{Pel}(x) = \frac{(n-1)}{2n} \cdot \sigma_{bL}(x) \cdot \frac{E_p}{E_{cm}(t)}$

$\sigma_{bL}(x)$  : contrainte de compression du béton au niveau des armatures, dans la section à l'abscisse x donnée, sous l'action des charges initialement appliquées et sous la valeur de précontrainte après pertes instantanées (estimé en première approximation à 10%).

### Pertes différées dues au retrait

Le retrait total  $\epsilon_{cs}(t)$  :  $\epsilon_{cs}(t) = \epsilon_{ca}(t) + \epsilon_{cd}(t)$

Le retrait d'autodessiccation ou endogène  $\epsilon_{ca}(t) = \epsilon_{ca}(\infty) * \beta_{as}(t)$

avec  $\epsilon_{ca}(\infty) = 2,5 * (f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6}$

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0,2 \cdot t^{0,5})$$

t âge du béton en jours

Le retrait de séchage  $\epsilon_{cd}(t) = \epsilon_{cd,0} * \beta_{ds}(t - t_s) \cdot k_h$

avec comme retrait de référence :

$$\epsilon_{cd,0} = 0,85 \cdot \left[ (220 + 110 * \alpha_{ds1}) * \exp\left(-\alpha_{ds2} \frac{f_{cm}}{f_{cm0}}\right) \right] \cdot 10^{-6} \beta_{RH} \quad \text{avec} \quad \beta_{RH} = 1,55 * (1 - (RH/RH_0)^3)$$

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \left[ \frac{(t - t_s)}{0,04 * \sqrt{h_0^3} + (t - t_s)} \right]$$

$k_h$  est fonction de  $h_0$ , rayon moyen:

$h_0$	$k_h$
100	1,00
200	0,85
300	0,75

$f_{cm0} = 10$  MPa,

$\alpha_{ds1}$  et  $\alpha_{ds2}$  coefficients dépendant de la nature du ciment : 3 (S) ; 4 (N) ; 6 (R) ; et 0,13 ; 0,12 ; 0,11

t âge du béton

$t_s$  âge de début de séchage

RH humidité relative ( $RH_0 = 100\%$ )

$h_0$  rayon moyen (mm) =  $2A_c/u$ , avec  $A_c$  aire de la section droite et u périmètre en contact avec l'atmosphère.

**1) Caractéristiques géométriques**

$A_c = 0,44 \text{ m}^2$   
 $v = v' = 0,55 \text{ m}$   
 $v = 4,897 \text{ m}$   
 $I_{Gz} = I_c = 0,0444 \text{ m}^4$   
 $\rho = 1/3$

**Caractéristiques mécaniques du béton**

$f_{ck} = 40 \text{ MPa}$   
 $f_{cm} = 48 \text{ MPa}$   
 $\beta_{cc} = \exp(0,2 \cdot (1 - (28/14)^{0,5})) = 0,902$   
 $f_{cm}(14j) = 43,3 \text{ MPa}$   
 $f_{ck}(14j) = 35,3 \text{ MPa}$

**2) Moments fléchissants ELS**

$g = A_c \cdot \gamma_b = 11 \text{ kN/ml}$   
 $M_g = 0,666 \text{ MN.m}$   
 $M_s = 0,424 \text{ MN.m}$   
 $M_q = 0,363 \text{ MN.m}$   
 Construction  $M_{const} = M_g = 0,666 \text{ MN.m}$   
 Service  $M_{caract} = M_g + M_s + M_q = 1,452 \text{ MN.m}$   
 $M_{freq} = M_g + M_s + 0,4M_q = 1,234 \text{ MN.m}$

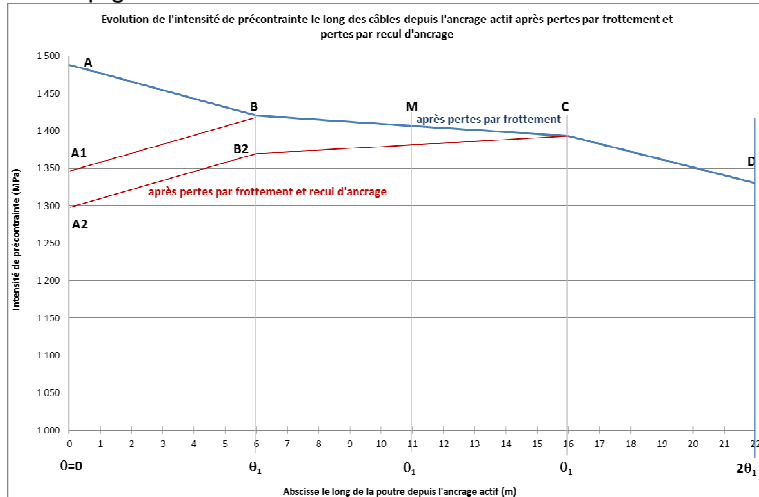
**3) pertes instantanées : calcul à mi-travée dans la section la plus sollicitée**

**a) frottements**

$\sigma_{pmax} = \min(0,8 \cdot f_{pk}; 0,9 \cdot f_{p0,1k}) = 1488 \text{ MPa}$   
 partie parabolique entre A et B. Donc on raisonne avec sommet de la parabole à 6m.  
 D'où  $\tan \theta = (0,55 + 0,1 - 0,09)/(6\text{m}/2)$  d'où  $\theta = 0,185 \text{ rad} = 10,6^\circ$   
 En B :  $\Delta\sigma_{pm}(x=6\text{m}, \theta = 0,185) = 67,7 \text{ MPa}$   
 En M :  $\Delta\sigma_{pm}(x=11\text{m}, \theta = 0,185) = 81,1 \text{ MPa}$   
 En C :  $\Delta\sigma_{pm}(x=16\text{m}, \theta = 0,185) = 94,4 \text{ MPa}$   
 En D :  $\Delta\sigma_{pm}(x=22\text{m}, \theta = 2 \times 0,185) = 157,8 \text{ MPa}$

**b) recul d'ancrage**

L'aire entre les deux courbes après pertes par frottement et après pertes par frottement + recul d'ancrage =  $g \cdot E_p$  avec  $E_p \cdot g = 985 \text{ MPa.m}$



Détermination de la zone dans laquelle se situe le point X au-delà duquel les pertes par recul d'ancrage ne se fait plus ressentir :

Si X est au point B : Aire du triangle  $ABA_1 = 406,1 \text{ MPa.m} < g \cdot E_p$ . Donc X est au-delà de B.

Si X est en C : Aire du trapèze  $ABB_2A_2$  + triangle  $BCB_2 = 993,7 \text{ MPa.m} > g \cdot E_p$ . Donc X (légèrement) en deça de C, entre B et C.

Exprimer l'aire de trapèze + triangle en fonction des 2 inconnues X et  $\Delta\sigma_{pm}(X)$  (faire un changement de variable peut être approprié) et exprimer une 2<sup>e</sup> equation avec Thalès.

$X = 15,88 \text{ m} > L/2$  : le recul d'ancrage se fait ressentir à mi-travée.

D'où pertes par recul d'ancrage à mi-travée  $\Delta\sigma_{psl}(L/2) = 26,8 \text{ MPa}$

**c) par non simultanée de mise en tension**

$E_{cm} = 35\,220 \text{ MPa}$   
 $E_{cm}(6) = 34\,148 \text{ MPa}$

$$\Delta\sigma_{peI} (L/2) = 19,0 \text{ MPa si } \sigma_{bL} = 10 \text{ MPa}$$

#### **4) pertes instantanées totales**

pertes instantanées  $\Delta\sigma_{pi} (L/2) = 126,9 \text{ MPa} = 8,53 \%$

$$P_{m0}(L/2) = 2,858 \text{ MN}$$

#### **5) Pertes différées dues au retrait du béton**

Le retrait total  $\varepsilon_{cs}(t) : \varepsilon_{cs}(t) = \varepsilon_{ca}(t) + \varepsilon_{cd}(t)$

- Retrait endogène :

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 75 \mu\text{m/m}$$

$$\beta_{as}(14 \text{ j}) = 0,527$$

retrait endogene qui induit des pertes de precontrainte :  $\varepsilon_{ca}(\infty, 14\text{j}) = 35,5 \mu\text{m/m}$

- Retrait de dessiccation :

$$\varepsilon_{cd,0}(\infty) = 383,2 \mu\text{m/m}$$

$$h_0 = 293,3 \text{ mm}$$

$$\beta_{ds}(14 \text{ j}, 1\text{j}) = 0,061$$

$$k_h = 0,76$$

retrait de dessiccation qui induit des pertes de precontrainte :  $\varepsilon_{cd}(\infty, 14\text{j}) = 273,5 \mu\text{m/m}$

retrait total :  $\varepsilon_{cs}(\infty, 14\text{j}) = 309 \mu\text{m/m}$  d'où une perte de précontrainte  $\Delta\sigma_{ps} = 60,3 \text{ MPa}$

#### **6) Verif ELS phases Construction et Service Caractéristique et Fréquent**

Bilan :

$$\text{Pertes} = 8,53 \% + 15 \% = 23,53 \%$$

$$P_{\max} = 3,125 \text{ MN}$$

$$P_{m0} = 2,858 \text{ MN} \bullet P_{0k \text{ sup}} = 3,144 \text{ MPa}$$

$$P_m = P_{\max} - \Delta P_{\text{inst}} - \Delta P_{\text{diff}} = 2,39 \text{ MPa} \quad \bullet P_{k \text{ inf}} = 2,151 \text{ MPa}$$

$$z_{cp} = -0,46 \text{ m}$$

Phase	Combi	P	$\sigma_{\text{sup}}$ (MPa)	$\sigma_{\text{inf}}$ (MPa)
Construction		P0ksup	-2,53	16,82
Service	Caract	Pkinf	10,62	-0,85
	Freq	Pkinf	7,92	1,85
	QP non demandé			

Bord de mer : environnement XS1 Limites au niveau de la section de béton :

Traction :

- 0 en Fréquent (pas de décompression)

Compression :

Construction •  $0,6f_{ck}(14) = 21,2 \text{ MPa}$

Service : • Caract :  $0,6 f_{ck} = 24 \text{ MPa}$

- (• QP :  $0,45 f_{ck}$  mais on ne demande pas la verif)